

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

21 iulie 2021

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. TÊTEL

(30 punct)

1. Adott az a komplex szám és az $E(z) = az - 5\bar{z}$ kifejezés, ahol \bar{z} a z komplex szám konjugáltja.
- 5p a) Ha $a = 3 + 4i$ igazolja, hogy $E(2 - i) = 0$.
- 5p b) Ha $a = 3 - i$ határozza meg a z komplex számot úgy, hogy $E(z) = 15$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy ha $|a| \neq 5$ és z_1, z_2 olyan komplex számok, amelyekre $E(z_1) = E(z_2)$, akkor $z_1 = z_2$.
2. Az I pont az ABC háromszögbe írt kör középpontja, az N pont pedig a CI egyenesnek az ABC háromszög köré írt körrel való második metszéspontja.
- 5p a) Igazolja, hogy AIN szög mértéke fele a BAC és az ACB szögek mértékei összegének!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy az ANI háromszög egyenlő szárú!
- 5p c) Tudva azt, hogy $AI \perp IM$, ahol M az AC oldal felezőpontja, bizonyítsa be, hogy $CI = 2IN$.

II. TÊTEL

(30 punct)

1. Legyenek x_1, x_2 és x_3 az $f = X^3 + X^2 + mX + 1$ polinom gyökei, ahol m valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $f(-1) + f(1) = 4$ bármely m valós szám esetén!
- 5p b) Határozza meg az m valós számot, amelyre $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$.
- 5p c) Igazolja, hogy $m \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ esetén az f polinomnak egyetlen valós gyöke van!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x^5 + 6)}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^7 f'(x)) = -6$.
- 5p b) Igazolja, hogy $f(x) < \frac{1}{7}$, bármely $x \in (1, +\infty)$ esetén!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy annak a síkidomnak a területe, amelyet az f függvény grafikus képe, az Ox tengely valamint az $x = 1$ és $x = 2$ egyenletű egyenesek határolnak $\frac{1}{30} \ln \frac{112}{19}$.

III. TÉTEL

(30 pont)

Az alábbiakban a VIII. osztályos matematika tanterv egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VIII-a
1.4. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date <ul style="list-style-type: none">- Identificarea, construcția, notarea și citirea unor drepte concurente/paralele/necoplanare în configurații spațiale, cu exemplificare și în realitatea înconjurătoare- Identificarea, în configurații spațiale simple și în realitate, a pozițiilor relative ale unei drepte față de un plan- Identificarea pozițiilor relative a două plane în configurații spațiale simple și în realitatea înconjurătoare- Recunoașterea figurilor geometrice obținute în urma secționării unei piramide sau a unei prisme cu un plan paralel cu baza
2.4. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date <ul style="list-style-type: none">- Reprezentarea prin desen sau prin modele a unor configurații spațiale în/din contexte reale- Utilizarea instrumentelor geometrice și a softurilor matematice pentru a desena diferite configurații spațiale- Utilizarea diferitelor mijloace didactice pentru a modela rezultate asociate relațiilor de paralelism și perpendicularitate în spațiu- Utilizarea convențiilor de notare și citire a configurațiilor spațiale- Reprezentarea, prin desen, a proiecțiilor și a unghiurilor- Clasificarea prismelor/piramidelor după forma bazei- Construirea înălțimii unei prisme sau a unei piramide
3.4. Folosirea unor proprietăți de paralelism sau perpendicularitate pentru analiza pozițiilor relative ale dreptelor și planelor <ul style="list-style-type: none">- Utilizarea măsurilor unghiurilor și a distanțelor pentru stabilirea pozițiilor relative între drepte și/sau plane- Determinarea paralelismului în spațiu, între drepte și/sau plane cu ajutorul proprietăților relațiilor de paralelism și de perpendicularitate în configurații simple- Determinarea perpendicularității în spațiu, între drepte și/sau plane cu ajutorul proprietăților relațiilor de paralelism și de perpendicularitate în configurații simple
4.4. Descrierea în limbaj matematic a elementelor unei configurații geometrice <ul style="list-style-type: none">- Construirea unor configurații geometrice cu drepte și plane aflate în relații de paralelism sau perpendicularitate- Verificarea validității unor afirmații legate de pozițiile relative ale dreptelor și/sau ale planelor prin exemple și contraexemplu- Identificarea și utilizarea axiomelor, teoremelor directe/reciproce pentru rezolvarea de probleme în configurații spațiale simple- Evidențierea unor aspecte particulare sau a unor aspecte ce pot fi generalizate, referitoare la configurații spațiale
5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea descrierii unor configurații spațiale și a calculării unor elemente metrice <ul style="list-style-type: none">- Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme de geometrie în spațiu- Adecvarea reprezentărilor configurațiilor spațiale la cerințele problemelor, în vederea optimizării rezolvării problemei- Optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea instrumentelor interactive de realizare a reprezentărilor geometrice (softuri matematice)- Analizarea/interpretarea unor situații din realitatea înconjurătoare și transpunerea lor în probleme de geometrie în spațiu
6.4. Modelarea unor situații practice în limbaj geometric, utilizând configurații spațiale <ul style="list-style-type: none">- Formularea de ipoteze și de concluzii în probleme cu conținut practic legate de proiecții pe plan a

- unor puncte, drepte, segmente*
- Verificarea validității unor rezultate, în cazul înlocuirii unor părți din ipoteză cu părți din concluzie
 - Transpunerea unor situații date în limbajul specific geometriei, interpretarea rezultatelor obținute și corelarea răspunsului geometric cu restricțiile impuse de realitatea înconjurătoare

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Geometrie	4. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU <ul style="list-style-type: none">• Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei, determinarea planului, relații între puncte, drepte și plane• Corpuri geometrice: piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat; prismă dreaptă, paralelipiped dreptunghic, cub; cilindru circular drept; con circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări• Paralelism: drepte paralele, unghiul a două drepte, dreaptă paralelă cu un plan, plane paralele, aplicații: secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate; trunchiul de piramidă și trunchiul de con circular drept (descriere și reprezentare)• Perpendicularitate: drepte perpendiculare, dreaptă perpendiculară pe un plan, aplicații: înălțimea unei piramide, înălțimea unui con circular drept, distanța dintre două plane paralele, înălțimea prisme drepte, a paralelipipedului dreptunghic, a cilindrului circular drept, a trunchiului de piramidă/con circular drept; plane perpendiculare, aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate• Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan; unghiul dintre o dreaptă și un plan, aplicație: lungimea proiecției unui segment; unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului; unghiul a două plane; plane perpendiculare• Teorema celor trei perpendiculare; calculul distanței de la un punct la o dreaptă; calculul distanței de la un punct la un plan; calculul distanței dintre două plane paralele

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Felhasználva a fenti részletben szereplő információkat, annak érdekében, hogy felmérje a megjelölt specifikus kompetenciák kialakulását/fejlődését, dolgozzon ki egy felmérőt a „Térmetani elemek. Párhuzamosság” tanítási egység végére! A felmérő tartalmazza 6 itemet: egy *kiegészítő*s, egy *rövid válasz*os, egy *párba állító*s, egy *feleletválasztó*s, egy *strukturált kérdés és egy feladatmegoldó* típusú itemet.

Megjegyzés. Minden kidolgozott item esetén értékelésre kerül: a mért specifikus kompetencia megjelölése, az item formai követelményének betartása, a várható válasz (javítókulcs), valamint a szaknak megfelelő tudományos helyesség.